EN ESTE BOLETÍN:

MATEMÁTICAS PARA TODOS

MFED Educación y Desarrollo, A. C.

INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM
Coordinación de Ingeniería de Sistemas

Año 11, Número 96, enero de 2010

LAS MUJERES MATEMÁTICAS

María Gaetana Agnesi (1718-1799) fue considerada una niña prodigio. Gracias a que sus padres le proveyeron una formación científica, desde pequeña se relacionó con los principales científicos y pensadores de la época. En su adolescencia, María tuvo que abandonar sus estudios por razones de salud, no obstante, en 1738 publicó su primer libro: *Propositiones Philosophicae*. En este trabajo, María trató los problemas de filosofía natural que entonces se estudiaban en las principales universidades y escuelas religiosas de Italia. Fue en su segundo libro, *Instituciones analíticas al uso de la juventud italiana*, en el que María trató el cálculo analítico; el tema fue bien aceptado por la comunidad intelectual y muy apreciado por los alumnos. Tras este éxito, María Gaetana se dedicó por completo al estudio del álgebra y la geometría y, nueve años después, publicó un nuevo tratado titulado *Instituzini Analitiche*. Este último libro fue traducido a varios idiomas y utilizado como texto de cálculo en varias universidades durante 50 años.

En sus trabajos, María —a quien por una equivocación la llamaron en Inglaterra "la bruja Agnesi"— utilizó lo que hoy se conoce como la Cúbica de Agnesi, una curva que en la actualidad se ha ligado al espectro que siguen los rayos X y los rayos ópticos. Así, su nombre se relaciona siempre a las curvas planas y el cálculo diferencial e integral.

Va pues nuestro reconocimiento a María Gaetana Agnesi, autora del mejor libro escrito en el siglo XVIII para la enseñanza del cálculo, ejemplo para muchos profesores de su época, y mujer querida y respetada por sus alumnos.

ALGUNOS NÚMEROS INTERESANTES

¿Por qué decimos que algunos números como π (Pi, el cociente del perímetro entre el diámetro de un círculo), φ (Fi, la proporción dorada) y ***e*** (el número de Euler) son interesantes? Para ganar el calificativo de interesante, un número debe tener alguna característica o propiedad que nos llame la atención. En el caso de los números arriba mencionados, las dos características que los hacen interesantes son: su irracionalidad —es decir, que no tienen fin en sus decimales y que estos no se repiten de manera periódica— y su uso frecuente en la vida cotidiana. Los tres números se han estudiado mucho y se encuentran siempre presentes en los análisis matemáticos. Ahora bien, el calificar a un número como interesante depende también de nuestra capacidad de observación y de nuestro conocimiento de las matemáticas pues lo que puede sorprendernos a nosotros, amantes de esta disciplina, para los profesionales de esta ciencia puede ser un simple algoritmo o una charada y no un número sobresaliente o interesante. Un ejemplo de esto es el número del taxi en el que el matemático británico Godfrey Hardy viajó al hospital en el que Ramanujan convalecía de sus múltiples enfermedades. Hardy le dijo a Ramanujan que había viajado en un taxi con un número muy aburrido, 1729, a lo que Ramanujan de inmediato respondió que no era aburrido sino muy interesante pues es el número más pequeño que se puede obtener de la suma de dos cubos perfectos y de dos formas diferentes:

$1729 = 10^3 + 9^3$	$1729 = 12^3 + 1^3$

Para el gran matemático Hardy ese número parecía aburrido, pero para la mente inquieta y admirable de Ramanujan tal cifra merecía el calificativo de

"Ciencia es aquella sobre la cual cabe siempre una discusión."
José Ortega y Gasset

“La ciencia es el conocimiento organizado”

Herbert Spencer

interesante. Así es como calificamos a los números de interesantes o no, todo depende de lo que sabemos de ellos o de lo que descubrimos al utilizarlos. Más adelante demostraremos que todos los números pueden ser interesantes…

EL FAMOSO NÚMERO π

Pi es el número más estudiado y utilizado desde los sumerios y hasta nuestros días. En la época de los egipcios se utilizó para calcular distancias, superficies y diseñar instrumentos de medición; en nuestros días es fundamental en la arquitectura, la ingeniería, la física y la mayoría de las ciencias. También se usa para evaluar la velocidad y la precisión de las supercomputadoras. En 2004, utilizando una computadora *Hitachi,* se lograron calcular 1,351’100,000 (mil trescientos cincuenta y un millones cien mil) decimales de π. En Internet existen sitios en los que se puede obtener el primer millón de cifras de este número.

El nombre de este número corresponde a la notación griega que significa periferia "περιφέρεια" y fue utilizada por primera vez, en 1706, por William Jones; poco después fue adoptada y popularizada por el gran matemático Leonhard Euler, cuando la introdujo en su *Introducción al cálculo infinitesimal*, en 1748. Antes de estas fechas se le conocía como la constante de Arquímedes.

LA PROPORCIÓN DORADA Φ

Este enigmático número es conocido como la Este enigmático número es conocido también como la razón áurea, el número dorado o la proporción divina. Se simboliza por la letra griega φ (fi) en honor al famoso escultor, pintor y arquitecto griego Fidas Φειδίας, que nació en 490 y murió en 430 a. C. El motivo por el que se relaciona a este gran artista con el número áureo, es porque fue el primero que lo usó para la elaboración de muchas de sus esculturas como la del dios Zeus en Olimpia o la de la diosa Atenea en la Acrópolis.

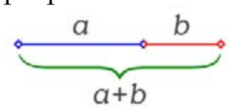
Φ es también un número irracional y se ha utilizado para dar un carácter estético especial a obras de arte como pinturas y construcciones. Sirve además para representar varias formas presentes en la naturaleza, como la curva del caparazón de los caracoles, el crecimiento de las hojas de los árboles y los pétalos de las flores, la forma de los copos de nieve, entre otras. La proporción áurea se relaciona también con algunos crecimientos exponenciales, por ejemplo, la explosión demográfica o la penetración de los productos en el mercado.

En la historia de las matemáticas, se le atribuye a Teano, siglo VI a.C., esposa de Pitágoras, el planteamiento por primera vez del número áureo

$$\gamma = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033988\ldots.$$

Este número se calcula de las siguientes maneras:

Si se tiene un segmento de longitud a+b en donde a/b es igual a la proporción 1.61803,



se puede plantear la siguiente relación:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

Si asignamos al segmento *b* el valor de 1 y al segmento *a* el de x, tendremos:

$$\frac{1+x}{x} = \frac{x}{1}$$

Al multiplicar los dos extremos de esta ecuación por x, tenemos:

$$x\left(\frac{1+x}{x}\right) = x\left(\frac{x}{1}\right)$$

$$1 + x = x^2$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Para esta última ecuación de segundo grado con una incógnita, aplicamos la fórmula para resolver este tipo de ecuaciones:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En donde: a = 1, b = –1 y c = –1

Al sustituir, obtenemos lo siguiente:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-1)}}{2(-1)} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{-2} = -\varphi = -1.61803\ldots$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{-2} = \frac{1}{\varphi} = 0.61803\ldots$$

EL NÚMERO DE EULER *e*

El número ***e*** es conocido como el número de Euler, en honor al gran matemático, físico y pensador suizo Leonhard Euler. Este número es considerado fundamental en el cálculo y fue bautizado así por el

> **“Estudiar lo anormal es la mejor vía para entender lo normal.”**
>
> *James William*

matemático escocés John Napier quien, en 1618, lo aplicó por primera vez en el cálculo de los logaritmos naturales o neperianos. Sin embargo, el descubrimiento del número se le acredita a Jacob Bernouli quien, al estudiar y resolver el cálculo del interés compuesto, aplicó por primera vez ese número. También es un número irracional y gracias a él se pudieron calcular los logaritmos. Es el fundamento para el cálculo de las derivadas de funciones exponenciales $f(x)=e^x$, puesto que su derivada es igual a e^x.
La forma más sencilla de calcular el número de Euler es la siguiente:
Si planteamos la suma de todos los inversos de los factoriales de los números naturales, tendremos un número irracional con valor aproximado de 2.7188184…
Esto lo podemos observar a continuación:

$$e = \frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}\ldots=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{1\times 2\times 3}+\frac{1}{1\times 2\times 3\times 4}+\ldots\frac{1}{n!}$$

$$e \approx 2.71828184590452354\ldots$$

Si se desea expresar como una serie, se puede escribir de la siguiente manera:

$$e=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$$

Lo que se puede leer como la suma de los inversos de factorial de n, en donde ésta va desde cero hasta el infinito.
También se puede decir que e es el límite de la serie

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$$

El número ***e*** es utilizado para calcular la velocidad de derrame de líquidos, la respuesta de amortiguación en la suspensión de los vehículos, la resistencia a los sismos de las estructuras metálicas en los edificios, el interés compuesto y muchos otros cálculos relacionados con la física, la electricidad, la economía y la sociología.
Si desean nuestros lectores desearan ver el primer millón de los decimales de los números π, φ o ***e*** sólo deben consultar la página:

http://www4.ncsu.edu/~sewill10/e.rtf

TODOS LOS NÚMEROS PUEDEN SER INTERESANTES

Como dijimos al inicio, todos los números pueden ser interesantes, pues todo depende de aquello que consideremos como tal. Así, el *cero* es un número tan interesante que algunos ni siquiera lo consideran como un dígito y, que al mismo tiempo que representa nada, puede dar valor o tamaño a algo; por ejemplo, cuando decimos que la población mundial es cercana a los 7,000’000,000 de personas, estamos utilizando muchos ceros que en ese número dan idea de su magnitud. El *uno* es el primero de los dígitos y junto con el *cero* podemos construir el sistema de numeración llamado binario. Este sistema es tan poderoso que todas las computadoras lo usan. El número *dos* es importante porque es el primer número par y el único número primo par; el número *tres* es importante porque es el primer número primo non; el *cuatro* es importante porque es el primer número producto de un cuadrado (2^2). Y así podremos encontrar siempre alguna característica de los números que nos llame la atención, por ello es que todos pueden ser interesantes.
Desde el punto de vista matemático, lo anterior tiene un fundamento pero puede ser paradójico, pues si tenemos un conjunto de números que son interesantes, también tendremos uno de números que no lo son, y por el simple hecho de que unos números no sean interesantes esto ya los convertiría en algo especial que los haría interesantes.
Además, si sabemos que hay una cantidad infinita de números, entonces también podemos decir que hay una cantidad infinita de números interesantes.
Como ejemplo de lo que puede distinguir a un número y convertirlo en interesante, me permito presentar una copia del *blog* de **José Clemente,** quien nos da una lección de lo que para él significa un número interesante.

142857

Elegí este número como nick porque es un número especial y conocido entre los matemáticos. Me gustó, y empecé a usarlo como seudónimo. Es tan fácil de aprender como cualquier otro.

¿Quieres saber de dónde viene? Atiende:

1/7=0'142857142857142857142857142857...

¿Y qué tiene de especial?

> **"La materia se transforma en energía y la energía se transforma en materia"**
> *Albert Einstein*

142857 x 1 = 142857 *142857 x 2 = 285714* *142857 x 3 = 428571* *142857 x 4 = 571428* *142857 x 5 = 714285* *142857 x 6 = 857142* *142857 x 7 = 999999*	*¿Lo ves, verdad? El resultado contiene las mismas cifras, pero con un orden diferente. Y para el 7, el resultado también es bonito... Pero espera, aún hay más:*
142857 x 8 = 1142856 *142857 x 9 = 1285713* *142857 x 10 = 1428570* *142857 x 11 = 1571427* *142857 x 12 = 1714284* *142857 x 13 = 1857141* *142857 x 14 = 1999998*	*Esto ya no se parece tanto... ¿o sí? Fíjate en el primer resultado, 1142856 . Falta el 7... y sobra un 1 y un 6. Pero, si sumas ese 1 de la izquierda y ese 6 de la derecha, ¿no te da el 7 que faltaba?*

Sigue comprobando: en 1285713 el 4 sale de 1+3, en 1428570 el 1 es 1+0, en 1571427 el 8 es 1+7, en 1714284 el 5 es 1+4, en 1857141 el 2 es 1+1, y en 1999998 el 9 es 1+8. Y así podrías hacer con cualquier número, por grande que sea. Por ejemplo, cojamos 142857 x 64 = 9142848 . Vamos a sustituir el 9 de la izquierda y el 8 de la derecha por ceros, queda 0142840 . El 9 y el 8 que hemos quitado hacen un total de 17 . Se lo sumamos al 0142840 y da... "142857"

Algo más sobre el número:

142+857=999

143 x 999=142857

142857^2 = 20,408'122,449, pero si sumamos de este resultado las primeras cinco cifras a las siguientes seis tendremos

20.408+ 122.449 = 142,857

Así que ya sabes, si te aburres y no sabes qué hacer, multiplica el 142857 por algún número grande y luego intenta reconstruirlo agrupando las cifras de los extremos... Puede ser bastante complicado con resultados como 73142784, 176285538, 4487995512, etc.

Para cualquier duda, queja, etc. Escríbeme a alguno de mis e-mails: n142857@gmail.com, n142857@hotmail.com, danielclemente@ozu.es

Estimados lectores, espero que tanto número no los haya aburrido, pero cómo podemos decir que un número es interesante sin números. Existen muchos sitios en Internet y publicaciones que nos pueden dar más información sobre los números que pueden ser o no interesantes pero finalmente lo son por el simple hecho de que nos sirven de algo y son importantes para nosotros. Me permito recomendar estos dos libros para aprender un poco más sobre los números.

A Mathematical Nature Walk de John A. Adam. Editorial Princeton

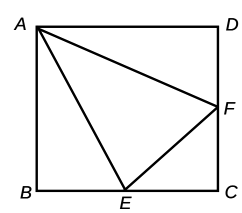
The Language of Mathematics de Keith Devlin. Editorial Freeman

Los problemas del calendario

Vieres 1. ¿Cuántos números entre el 10 y el 99 tienen la propiedad de que el dígito de las unidades es mayor que el de las decenas?

Viernes 8. Juan tenía que preparar tortas con jitomate. Si ponía 4 rebanadas de jitomate en cada torta le sobraban 3 y si ponía 5 le faltaban 27 rebanadas Cuántas rebanadas de jitomate tenía?

Jueves 28. Si E es el punto medio de CD, ¿qué porcentaje del área de ABCD representa el área AEF?



Matemáticas para todos. Año 11, número 96, enero de 2010. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. y el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. Página web: www.educacion.org.mx

Educación y Desarrollo

INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

Coordinación de Ingeniería de Sistemas